

Épreuve : Mathématiques Session : 2016

Durée de l'épreuve : 2 heures – Coefficient : 3 - Session 2016

Un ordinateur contenant l'ensemble des logiciels mathématiques nécessaire est à la disposition du candidat.

L'utilisation d'une calculatrice personnelle n'est pas autorisée.

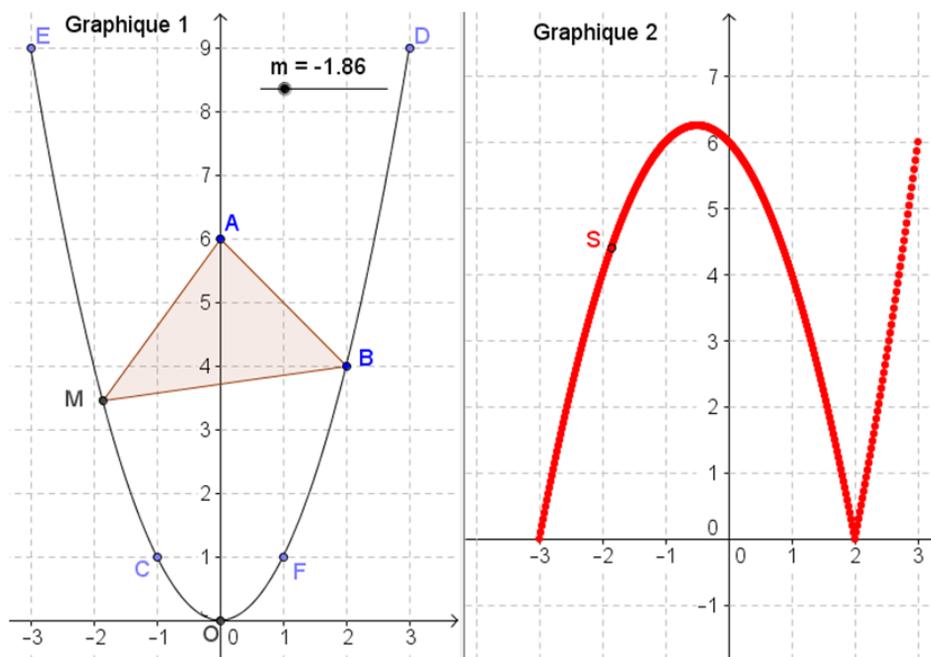
*Le candidat doit traiter les quatre exercices.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

### Exercice 1 (5 points)

Le **graphique 1** donne la courbe  $C_f$  représentative de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-3; 3]$  par  $f(x) = x^2$ . Le point  $M$  est un point mobile de la courbe  $C_f$  d'abscisse  $m$ . Le point  $A$  a pour coordonnées  $(0; 6)$ . Les points  $B, C, D, E, F$  et  $O$  sont les points de la courbe  $C_f$  d'abscisses respectives  $2, -1, 3, -3, 1$  et  $0$ . Dans le graphique 2, la trace du point  $S$  donne la représentation graphique de l'aire (en unités d'aires) du triangle  $ABM$  en fonction de  $m$ .



**Partie A :** Lecture graphique

1. Interpréter l'allure de la courbe décrite par la trace du point S
2. Déterminer l'aire du triangle ABM lorsque le point M est confondu avec le point E.
3. Déterminer les positions du point M dans le graphique 1 pour lesquels l'aire du triangle ABM vaut 6.

**Partie B :** Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

À l'aide du fichier GeoGebra, donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de l'aire maximale du triangle ABM.

**Exercice 2 (6 points)**

Un commerçant épargne chez lui, le 1<sup>er</sup> janvier 2010, un capital de 240 000 DJF. Il souhaite que son épargne atteigne la valeur de **11 000 000 DJF**. Pour cela, il effectue chaque mois, à partir du 1<sup>er</sup> février 2010, une nouvelle épargne. Cependant, il hésite entre deux options.

- Option 1 : Augmenter chaque mois l'épargne de 50 000 DJF par rapport au mois précédent.
- Option 2 : Augmenter chaque mois l'épargne de 10 % par rapport au mois précédent.

On note  $u_n$  l'épargne effectuée le n-ième mois pour l'option 1. On a alors  $u_1 = 240\,000$ .

On note  $w_n$  l'épargne effectuée le n-ième mois pour l'option 2. On a alors  $w_1 = 240\,000$ .

Le commerçant établit la feuille de calcul suivante pour se décider.

	A	B	C	D	E	F
	Date du versement	Versement n°	$u_n$	montant acquis avec l'option 1	$w_n$	montant acquis avec l'option 2
1						
2	1-janv.-10	1	240 000	240 000	240 000	240 000
3	1-févr.-10	2	290 000	530 000	264 000	504 000
4	1-mars-10	3				
5	1-avr.-10	4				
6	1-mai-10	5				
7	1-juin-10	6				
8	1-juil.-10	7				
9	1-août-10	8				
10	1-sept.-10	9				
11	1-oct.-10	10				
12	1-nov.-10	11				
13	1-déc.-10	12				
14	1-janv.-11	13				
15	1-févr.-11	14				
16	1-mars-11	15				
17	1-avr.-11	16				
18	1-mai-11	17				
19	1-juin-11	18				
20	1-juil.-11	19				
21	1-août-11	20				
22	1-sept.-11	21				
23	1-oct.-11	22				
24	1-nov.-11	23				
25	1-déc.-11	24				
26	1-janv.-12	25				
27	1-févr.-12	26				
28	1-mars-12	27				
29	1-avr.-12	28				
30	1-mai-12	29				
31	1-juin-12	30				

- b) Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
  - c) Quelle formule doit-on écrire dans la cellule D3 puis tirer vers le bas ?
2. a) Quelle formule doit-on écrire dans la cellule E3 puis tirer vers le bas ?
- b) Quelle est la nature de la suite  $(w_n)$  ?
  - c) Quelle formule doit-on écrire dans la cellule F3 puis tirer vers le bas ?
3. Déterminer à l'aide du fichier Excel fourni, l'option que doit choisir le commerçant pour atteindre le plus tôt, le capital souhaité de 11 000 000 DJF ?
4. En déduire la date correspondant à l'atteinte de l'objectif.

**Exercice 3 (4 points)**

Un agent de télécom d'une ville établit le tableau ci-dessous pour présenter le nombre d'abonnés au réseau internet suivant les années.

<b>Année</b>	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
<b>Rang de l'année</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Nombre d'abonnés</b>	6 043	6 067	6 281		6 537	6 580	6 770	6 790	7 000

L'agent constate que le nombre d'abonnés de l'année 2009 n'a pas été enregistré. Déterminer une estimation du nombre d'abonnés de l'année 2009 en détaillant les étapes de la démarche engagée.

**Exercice 4 (5 points)**

Tous les résultats seront arrondis à  $10^4$  près.  
 Dans une population donnée on remarque que :

48 % des personnes ont de tablettes et le reste possède des ordinateurs.

Parmi les utilisateurs d'ordinateur, 45 % l'utilisent pour la documentation, 30 % pour les réseaux sociaux et le reste pour jouer.

32 % des utilisateurs de tablette s'en servent pour la documentation, 40 % pour les réseaux sociaux et le reste pour jouer.

On interroge une personne de cette population au hasard. Toutes les personnes ont la même chance d'être choisies.

On considère les événements suivants :

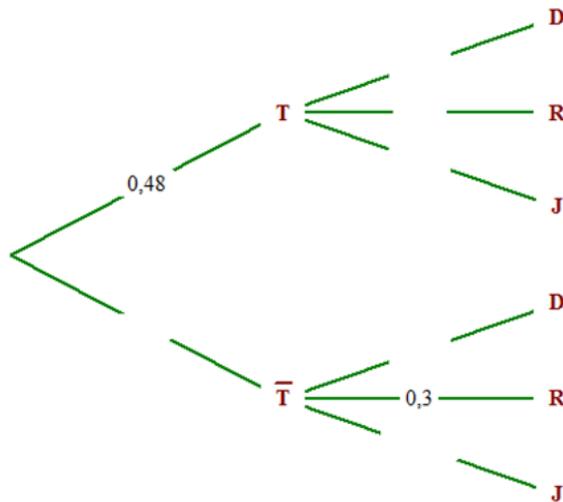
$T$  : « la personne interrogée a une tablette. » et  $\bar{T}$  l'événement contraire de  $T$ .

$D$  : « la personne interrogée se sert de l'outil informatique pour la documentation. »

$R$  : « la personne interrogée se sert de l'outil informatique pour les réseaux sociaux. »

$J$  : « la personne interrogée se sert de l'outil informatique pour le jeu. »

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. a) Calculer  $p(T \cap D)$

b) Montrer que  $p(D) = 0,3876$ .

3. On interroge une personne qui fait de la documentation. Quelle est la probabilité qu'elle utilise la tablette ?

4. On interroge 500 personnes de cette population de façon indépendante. Quelle est la probabilité qu'au moins 190 d'entre eux se servent de l'outil informatique (tablette ou ordinateur) pour chercher de la documentation ? (On pourra s'aider d'un logiciel de calcul formel).