Série ES

Sujet N° 1

Epreuve : Mathématiques - Baccalauréat 1[er] groupe session 2016
Durée de l'épreuve : 3 heures − **Coefficient** : 6

L'annexe est à rendre avec la copie

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

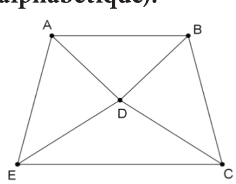
Le candidat doit traiter les quatre exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni enlève de point. Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule des trois réponses est correcte. Indiquer sur la copie la lettre correspondant à la question et recopier la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée.***

1. On considère le graphe G ci-dessous et M sa matrice d'adjacence (les sommets sont rangés dans l'ordre alphabétique).

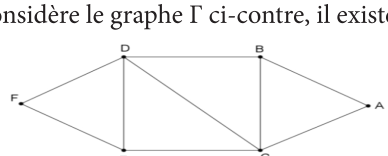


$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 24 & 16 & 24 & 24 & 16 \\ 16 & 24 & 16 & 24 & 24 \\ 24 & 16 & 24 & 24 & 16 \\ 24 & 24 & 24 & 32 & 24 \\ 16 & 24 & 16 & 24 & 24 \end{pmatrix}$$

Le nombre de chemins de longueur 4 reliant les sommets B et E est égale à :

a) 0 **b)** 24 **c)** 16

2. On considère le graphe Γ ci-contre, il existe une chaîne eulérienne entre les sommets :



a) A et F **b)** B et F **c)** B et E

3. Le plus petit entier naturel n tel que $1-0{,}5^n \geq 0{,}99$ est :

a) 7 **b)** 6,64 **c)** 6

4. ***On considère l'algorithme ci-contre :***

Variables :
i et N sont des nombres entiers naturels
U est un nombre réel
Entrée :
Saisir N
Traitement :
Affecter à U la valeur 4
Pour i variant de 1 à N
U prend la valeur $U^2 - 2U$
Fin pour
Sortie :
Afficher U

Pour N= 3 saisi en entrée, l'algorithme affiche en sortie :

a) 2208 **b)** 8 **c)** 48

5. Soit la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 200$ et $u_{n+1} = 0{,}75u_n + 500$. On considère la suite géométrique (v_n) de raison 0,75 et de premier terme $v_0 = 1800$ tel que pour tout entier naturel n, $v_n = 2000 - u_n$. L'expression de u_n en fonction de n est :

a) $1800 \times 0{,}75^n$ **b)** $2000 - 1800 \times 0{,}75^n$ **c)** $0{,}75(n-1) + 500$

Exercice 2 : (5 points)

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du chiffre d'affaire annuel d'une entreprise important des produits laitiers en république de Djibouti en millions de francs Djibouti (DJF), entre 2008 et 2015.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire annuelle y_i	35,5	42,6	45,1	52,7	58,8	62,5	64,2	69,4

1. Calculer le pourcentage d'évolution du chiffre d'affaire entre les années 2008 et 2015.

2. En déduire le taux moyen annuel entre 2008 et 2015.

3. Construire le nuage des points $M_i(x_i ; y_i)$ pour i allant de 1 à 8 dans le repère donné en **annexe**.

4. Calculer les coordonnées du point moyen G (*on donnera les valeurs exactes*) et placer le point G dans le repère précédent.

5. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite (d) d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au centième*) puis tracer cette droite sur le repère précédent.

6. On suppose que l'ajustement affine réalisé reste valable jusqu'en 2020.

a) Estimer quel sera le chiffre d'affaire pour l'année 2017 ? *(On donnera la valeur approchée arrondie en millions de DJF).*

b) À partir de quelle année le chiffre d'affaire de cette entreprise dépassera les 92 millions de francs djibouti ?

Exercice 3 (5 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Pour passer leur temps dans le quartier, un groupe d'élèves se réunissent et inventent un jeu.

La règle du jeu est la suivante :

- On lance un dé cubique bien équilibré.
- Si on obtient un numéro pair, on tire une bille dans un sac S_1, contenant 20 billes rouges et 40 billes noires indiscernables au toucher.
- Si on obtient un numéro impair, on tire une bille dans un sac S_2, contenant 15 billes rouges et 35 billes noires indiscernables au toucher.

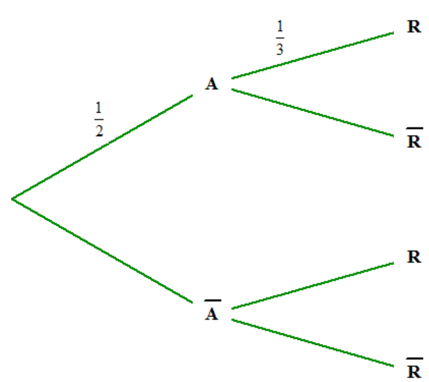
On note :

A : l'évènement « obtenir un numéro pair » et $\overline{A}$ son événement contraire.

R : l'évènement « tirer une bille rouge » et $\overline{R}$ son événement contraire.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilité ci-contre à l'aide des données de l'énoncé.



Un élève du groupe joue à ce jeu.

2. Déterminer la probabilité que cet élève obtienne un nombre pair et tire une bille rouge.

3. Déterminer la probabilité de l'événement R.

4. Sachant que la bille tirée est noire, quelle est la probabilité d'obtenir un numéro pair ?

Partie B

On considère un sac S_3 contenant 80 billes de diamètres différentes. On tire au hasard une bille de ce sac. On note D la variable aléatoire qui, à chaque bille tirée, associe son diamètre, en centimètres.

On suppose que D suit la loi normale de moyenne 2,1 et d'écart-type 0,3.

1. Déterminer la probabilité que la bille tirée ait un diamètre compris entre 1,7 et 2,3 cm.

2. Déterminer la probabilité que la bille tirée ait un diamètre inférieur à 1,6 cm.

Exercice 4 : (5 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $I=[0;+\infty[$ par : $f(x)=(x-3)e^{-0,1x+4}$. On note f' sa fonction dérivée.

1. Montrer que $f'(x)=0,1(13-x)e^{-0,1x+4}$.

2. Montrer que la limite de f en $+\infty$ est 0.

3. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle I.

4. a) Montrer que l'équation $f(x) = 80$ admet deux solutions α et β dans l'intervalle I.

b) En donner une valeur approchée à 10^{-2} près de α et β.

5. Démontrer que la fonction F définie, sur l'intervalle I , par $F(x)=(-10x-70)e^{-0,1x+4}$ est une primitive de f sur ce même intervalle.

6. Calculer l'intégrale $I=\int_3^{30} f(x)dx$ (*On donnera les résultats à 0,01 près*).

Partie B

Une entreprise de cimenterie commercialise ses produits en république de Djibouti.

On désigne par x le nombre de sacs de ciment produits par cette entreprise exprimé en centaines.

On admet que la fonction f étudiée dans la **partie A** modélise le bénéfice réalisé par cette entreprise en dizaines de milliers de francs Djibouti (DJF).

Dans cette partie tous les résultats seront arrondis à l'unité près.

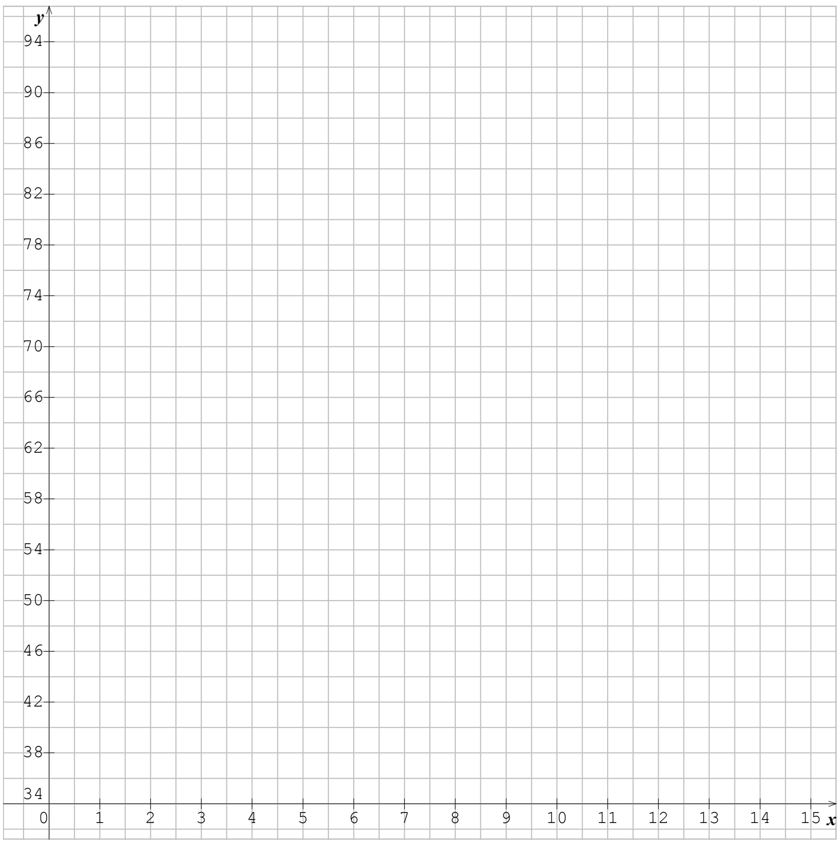
1. Quel est le bénéfice maximum envisageable pour l'entreprise ? Pour quel nombre x de sacs de ciment fabriqués et vendus semble-t-il être réalisé ?

2. Déterminer la plage de production pour laquelle le bénéfice dépassera les 800 000 DJF ?

3. Calculer le bénéfice moyen réalisé pour $x\in[3;30]$.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Unités graphiques :

1 unité pour une année sur l'axe des abscisses.

1 unité pour 2 millions de francs djibouti sur l'axe des ordonnées.