Un ordinateur contenant l'ensemble des logiciels mathématiques nécessaires est à la disposition du candidat.
Deux fichiers Excel sont fournis et placés sur le bureau de l'ordinateur.
L'utilisation d'une calculatrice personnelle n'est pas autorisée.
Le candidat doit traiter les trois exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni enlève de point. Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule des trois réponses est correcte. Indiquer sur la copie la lettre correspondant à la question et recopier la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

1. La copie d'écran ci-dessous donne les premières valeurs d'une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 15$ et.

D2 | f_x | =3*C2-C1+6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	15	51	158					

a) $u_{n+1} = 3u_n - n + 6$ b) $u_{n+1} = 3u_n - (n+1) + 6$ c) $u_n = 3n - n + 6$

2. Soit *g* la fonction définie sur **R** par : $g(x) = (3x+2)\ln x$.
La dérivée sur **R** de la fonction *g* est :

a) $g'(x) = 3 \times \frac{1}{x}$ b) $g'(x) = 3\ln x + \frac{3}{x}$ c) $g'(x) = \frac{3x\ln x + 3x + 2}{x}$

3. On considère la variable aléatoire Z suivant la loi normal de d'espérance $\mu = 150$ et d'écart-type $\sigma = 13$. La probabilité p $(132 \leq X \leq 160)$ vaut environ :

a) 70 % b) 53 % c) 78 %

4. Dans un échantillon de 450 élèves d'un lycée, 125 élèves possèdent une carte SIM à leur nom. Au seuil de 95%, on peut estimer pour ce lycée que la proportion d'élèves ayant une carte SIM à leurs noms est :

a) [0,230 ; 0,325] b) [0,188 ; 0,368] c) [0,236 ; 0,320]

5. Le prix d'un article a augmenté en 6 mois de 42%. Alors on peut affirmer que mensuellement, le prix de cet article a augmenté en moyenne de :

a) 7 % b) 6 % c) 12 %

Exercice 2 (7 points)

On désigne par f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = (2x-3)e^x$. On note Cf sa courbe représentative.

1. a) Calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. a) Montrer que $f'(x) = (2x-1)\,e^x$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. a) Démontrer que l'équation $f(x) = -2$ admet exactement deux solutions α et β sur **R** avec $\alpha < \beta$.

b) Déterminer les valeurs respectives de α et β arrondies au centième près.

4. a) Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe Cf au point d'abscisse 0.

b) On appelle M et P les points d'abscisses x placés respectivement sur la courbe Cf et sur la droite (d). Le tableau suivant donne les ordonnées des points M et P pour x variant de –2 à 0.

x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0
y_M	-0,95	-1,09	-1,25	-1,43	-1,63	-1,84	-2,07	-2,31	-2,55	-2,78	-3
y_P	-1	-1,2	-1,4	-1,6	-1,8	-2	-2,2	-2,4	-2,6	-2,8	-3

En déduire une conjecture sur la position relative de la courbe Cf et de la droite (d).

5. a) Montrer que la fonction F définie sur R par $F(x) = (2x-5)\,e^{x}$ est une primitive de f.

b) En admettant la conjecture établie à la question **4.b)**, déterminer l'aire du domaine compris entre la droite (d), la courbe Cf, et les droites $x = -2$ et $x = 0$. Donner la valeur arrondie au centième de cette aire.

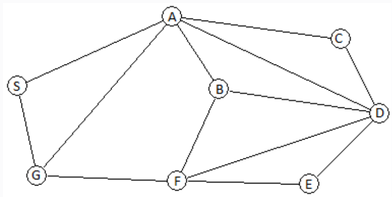
Exercice 3 (5 points)

Un grand établissement de la ville de Djibouti stocke ses marchandises dans 7 dépôts que l'on note A, B, C, D, E, F et G afin d'être redistribuées ensuite vers les diverses boutiques de la ville. On représente la situation par le graphe T ci-dessous, dans lequel :

» S représente le site de production de l'établissement,

» Les autres sommets représentent les différents dépôts,

» Les arrêtes représentent les routes reliant les différents dépôts au site de production.



Partie A

1. a) Le graphe T est-il complet ? Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

b) Le graphe T est-il connexe ? Justifier.

2. Le graphe T admet-il une chaîne eulérienne ? Si oui donner une telle chaîne.

3. Déterminer la matrice A associée au graphe T en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

4. On donne la matrice A^3

$$A^3 = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 7 & 11 & 5 & 5 & 9 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 9 & 3 & 9 & 3 & 3 \\ 7 & 3 & 2 & 7 & 2 & 5 & 3 & 2 \\ 11 & 9 & 7 & 8 & 7 & 10 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 7 & 2 & 6 & 2 & 2 \\ 5 & 9 & 5 & 10 & 6 & 4 & 8 & 3 \\ 9 & 3 & 3 & 5 & 2 & 8 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 2 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Un camion de distribution se trouvant au site S doit décharger la marchandise au dépôt E.

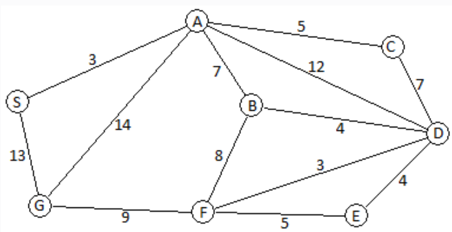
a) Donner le nombre de chaînes de longueur 4 reliant le sommet S au sommet D.

b) Préciser ces chemins.

Partie B

Les arêtes sont maintenant pondérées par les longueurs de chaque route, exprimées en kilomètres. Un camionneur, partant du site de production S doit se rendre au dépôt E.

En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le trajet le moins long.



Exercice 4 (5 points)

La suite (un) est définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = 7 + \frac{1}{2}u_n \end{cases}$

Partie A

1. Parmi les trois algorithmes ci-dessous, lequel permet d'afficher tous les termes de la suite (un) jusqu'à un rang N saisi en entrée.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables U est un nombre réel I et N sont des nombres ***Entrée*** Saisir N ***Traitement et sorties*** U prend la valeur 6 Pour I de 0 à N Afficher U Affecter à U la valeur $7+\frac{U}{2}$ Fin Pour	***Variables*** U est un nombre réel I et N sont des nombres ***Entrée*** Saisir N ***Traitement et sorties*** U prend la valeur 6 Afficher U Pour I de 0 à N Affecter à U la valeur $7+\frac{U}{2}$ Afficher U Fin Pour	***Variables*** U est un nombre réel I et N sont des nombres ***Entrée*** Saisir N ***Traitement et sorties*** U prend la valeur 6 Pour I de 0 à N Affecter à U la valeur $7+\frac{U}{2}$ Fin Pour Afficher U

2. Voici les premières valeurs de la suite (un) :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
u_n	6	10	12	13	13,5	13,75	13,88	13,94	13,97	13,98	13,992188	13,996094	13,99805	13,999023

En déduire une conjecture sur le sens de variation et la limite de la suite (un).

Partie B

Soit (vn) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 14$.

1. Montrer que (vn) est une suite géométrique. Préciser sa raison q et son premier terme $v0$.

2. Monter que, pour tout entier naturel n, $u_n = 14 - 8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3. Étudier le sens de variation de la suite (un).

4. Déterminer la limite de la suite (un).

5. À partir de quel rang a-t-on : $14 - u_n \le 10^{-9}$?