

Epreuve : Mathématiques - Bac Blanc  
Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 6

**L'utilisation de la calculatrice personnelle est autorisée.**

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

**Exercice 1 : (5 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, **une seule des quatre réponses est exacte**. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre a), b), c) ou d) correspondant à la réponse choisie **en justifiant votre choix**.

Une réponse exacte justifiée rapporte 1 point, une réponse fautive, une réponse non justifiée ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

**A. EVOLUTION :** Voici l'évolution du montant horaire du SMIC (Salaire Minimum de croissance), en France, du 1<sup>er</sup> juillet 2000 au 1<sup>er</sup> 2006. On a établi un extrait de feuille de calcul d'indices (en prenant comme base 100 le 1<sup>er</sup> juillet 2000).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		1/07/00	1/07/01	1/07/02	1/07/03	1/07/04	1/07/05	1/07/06
2	Smic horaire brut	6,41	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27
3	Indice	100						
4	Taux en %		4,06	2,4				

**QUESTION 1.** La formule à placer la cellule C3 (à recopier sur la plage D3 :H3) est :

a) $= (C2 - B2) / B3$	b) $= \$C\$2 * \$B\$3 / \$B\$2$	c) $= C2 * \$B\$3 / \$B\$2$	d) $= C2 / B3 * B2$
-----------------------	---------------------------------	-----------------------------	---------------------

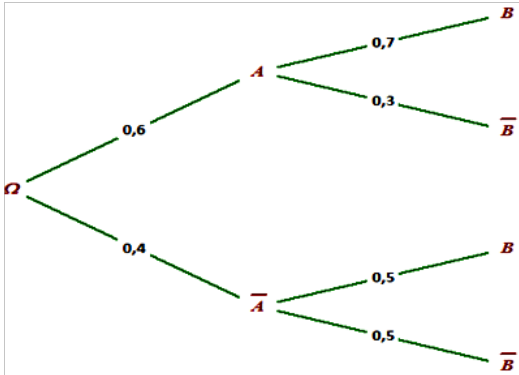
**QUESTION 2.** le taux d'évolution du montant horaire du SMIC du 1<sup>er</sup> juillet 2000 au 1<sup>er</sup> juillet 2006 est environ égale à :

a) 22,5%	b) 77,5%	c) 29,02%	d) 28%
----------	----------	-----------	--------

**QUESTION 3.** le taux d'évolution moyen du montant horaire du SMIC du 1<sup>er</sup> juillet 2000 au 1<sup>er</sup> juillet 2006 est environ égale à :

a) 4,34%	b) 2,4%	c) -2%	d) 9,01%
----------	---------	--------	----------

**B. ARBRE DE PROBABILITÉ** : Soit l'arbre de probabilité suivant :



**QUESTION 4.** La probabilité  $p(B)$  est :

a) 0,42	b) 0,5	c) 0,62	d) 0,38
---------	--------	---------	---------

**C. ALGORITHME** : On donne l'algorithme ci-dessous.

**QUESTION 5.**

La valeur affichée en sortie de cet algorithme est :

- a) 7
- b) 6
- c) 8
- d) 17

**Variables**

$n$  : un nombre entier naturel

**Traitement**

Affecter à  $n$  la valeur 0

Tant que  $1,9^n < 100$

Affecter à  $n$  la valeur  $n + 1$

Fin Tant que

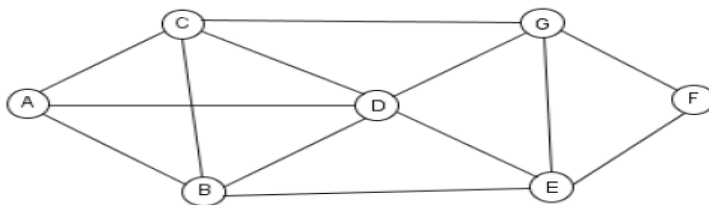
**Sortie**

**Afficher**  $n$

**Exercice 2 : (5 points)**

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

On considère le graphe  $\Gamma$  suivant :



**Partie A**

1. Donner la nature de ce graphe.
2. Déterminer les degrés des sommets du graphe. En déduire le nombre d'arêtes du graphe.
3. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier la réponse. Si oui, donner une telle chaîne.
4. Donner la matrice d'adjacence  $M$  associée au graphe  $\Gamma$ . Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : A, B, C, D, E, F, G.

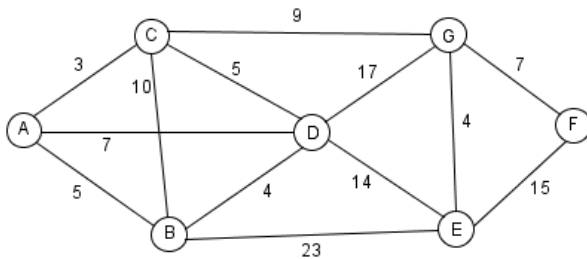
5. On admet que la matrice  $M^4 =$

$$\begin{pmatrix} 29 & 32 & 32 & 36 & 30 & 12 & 30 \\ 32 & 44 & 36 & 47 & 31 & 18 & 39 \\ 32 & 36 & 44 & 47 & 39 & 18 & 31 \\ 36 & 47 & 47 & 59 & 40 & 24 & 40 \\ 30 & 31 & 39 & 40 & 39 & 16 & 31 \\ 12 & 18 & 18 & 24 & 16 & 2 & 16 \\ 30 & 39 & 31 & 40 & 31 & 16 & 39 \end{pmatrix}$$

- a) Que représente le nombre 39 situé sur la 3<sup>ème</sup> ligne et la 5<sup>ème</sup> colonne ?
- b) Déterminer le nombre de chaînes de longueur 4 et d'extrémités E et G.

**Partie B**

Une région est munie d'un réseau de trains, représenté par le graphe  $\Gamma$  ci-dessous. Les stations sont symbolisées par les sommets A, B, C, D, E, F et G. Chaque arête représente une ligne reliant deux gares. Les temps de parcours (correspondance comprise) en minutes entre chaque sommet ont été rajoutés sur le graphe.



1. A l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le plus court chemin en minutes, reliant la gare B à la gare F.
2. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ?

**Exercice 3 (5 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$ , par  $f(x) = 4x + 20 - 2x \ln(x)$ .

1. Calculer les limites de la fonction  $f$  en 0 et en  $+\infty$ .
2. Résoudre l'inéquation  $1 - \ln(x) \geq 0$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .
3. Montrer que pour tout  $x \in ]0; +\infty[$   $f'(x) = 2 - 2\ln(x)$ .
- 4.a) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $a$  sur  $]0; +\infty[$ .

c) Donner la valeur arrondie de  $a$  à  $10^{-2}$  près.

5. Soit la fonction  $F$  dérivable et définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = \frac{5}{2}x^2 + 20x + \frac{1}{2} - x^2 \ln(x)$ .

Montrer que la fonction  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

6. Calculer  $I = \int_1^6 f(x) dx$ . Donner la valeur exacte et une valeur approchée à  $10^{-2}$  près.

7. On admet que le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique  $x$  centaines de pièces est égal à  $f(x)$ . En utilisant les résultats précédents, déterminer la valeur moyenne du bénéfice lorsque la production varie entre 100 à 600 pièces. On donnera une valeur approchée de ce bénéfice à l'euro près.

#### Exercice 4 : (5 points)

Le tableau suivant récence par clinique le nombre de postes du personnel non médical en fonction du nombre de lits de la clinique :

Clinique	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
Nombres de lits $x_i$	122	177	77	135	109	88	185	128	120
Nombres des postes $y_i$	205	249	114	178	127	122	242	170	164

1. Représenter le nuage de points associé à la série  $(x_i, y_i)$  dans un repère orthogonal.

-Sur l'axe des abscisses, on prendra 1 cm pour 10 lits;

-Sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 20 postes.

2. Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.

Le nuage de points permet de penser qu'un ajustement affine est justifié.

a. Donner une équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au dixième)

b. Représenter cette droite dans le repère précédent.

c. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  et placer le dans le graphique.

3. Une clinique possède 35 lits :

a. En utilisant les résultats obtenus en 2. Combien devrait-elle embaucher de personnel occupant un poste non médical à temps plein ?

b. En réalité, cette clinique dispose de 60 postes. Calculer la différence entre le nombre de postes réels et le nombre de postes théoriques obtenus précédemment.

Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la situation théorique ?