L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche même incomplète ou non fructueuse , qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (*5 points*)

Les questions ci-dessous sont indépendantes.

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.

1. La valeur d'une action cotée en Bourse a baissé de 37,5%. Sa valeur a été multipliée par

a. 0,375. **b.** 1,375. **c.** 1,625. **d.** 0,625.

2. Le prix d'une pension alimentaire a augmenté le premier mois de 2 % puis a baissé le second mois de 10 %. Le taux d'évolution moyen mensuel (à 0,01 % près) est:

a. -4 % **b.** $4,2$ % **c.** $-4,19$ % **d.** $3,83$%

3. Voici un algorithme permettant de calculer le coefficient multiplicateur :

Variables
T et C.
Entrée
Saisir T
Traitement
$(1 + T/100) \to C$
Sortie
Afficher C

Si T = – 2 % alors l'algorithme affiche.

a. 1,02 **b.** 0,98 **c.** 0,96 **d.** 1,98

4. La suite (U_n) est une suite arithmétique de premier terme U_0 =100 et de raison r = –2,3. On donne ci-dessous un extrait d'une feuille de calcul.

	A	B
1	*n*	Un
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	

La formule à entrer en B3 et à recopier vers le bas pour obtenir les termes successifs de la suite (U_n) est :

a. = B\$2 –2, 3 **b.** = \$B\$2 –2, 3 **c.** = B2 –2, 3 **d.** = 100 – 2, 3

5. Soit $f(x)=\dfrac{5x^4+4x^2+2}{2x^4+3x^2+1}$ définie sur **R**.

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ **b.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ **c.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{5}{2}$ **d.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

Exercice 2 (*5 points*)

Le but de l'exercice est d'étudier l'évolution de l'indice de fécondité d'un pays depuis 2005.

Partie A : Étude de la période 2005-2015

Voici l'évolution de l'indice de fécondité de 2005 à 2015 :

Année	**2005**	**2010**	**2015**
Indice de fécondité	3,45	2,62	2,43

1.

a. Calculer le taux d'évolution global de l'indice de fécondité de ce pays entre 2005 et 2015. Arrondir le résultat à 0,01 %.

b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen de l'indice de fécondité entre 2005 et 2015. Arrondir le résultat à 0,01 %.

2. On décide de modéliser l'évolution de l'indice de fécondité par une baisse annuelle constante de 3,4 %. On définit une suite (U_n) où Un représente la valeur de l'indice de fécondité selon ce modèle pour l'année (2005 + n). Ainsi U_0 = 3, 45.

2.

a. Justifier que la suite (U_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.

b. En déduire une expression de U_n en fonction de n.

c. D'après ce modèle quel serait l'indice de fécondité en 2020 ? Arrondir le résultat à 0, 01.

Partie B : Étude de la période 2011-2015

Le tableau suivant donne l'évolution de l'indice de fécondité du même pays de 2011 à 2015.

Année	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Indice de fécondité : y_i	2,56	2,52	2,48	2,46	2,43

Une représentation du nuage de points $M(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique est donnée dans un repère orthogonal en feuille Annexe joint.

1. Déterminer par la méthode des moindres carrés, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement de y en x sous la forme $y = a\,x + b$ (arrondir les coefficients au millième).

2. On suppose qu'une équation de la droite (D) est : $y = -0{,}03x + 2{,}59$

a. Tracer la droite (D) sur le graphique fourni en **Annexe**.

b. D'après ce modèle, quel serait l'indice de fécondité de ce pays en 2020 ?

Partie C : Choix du modèle

L'indice de fécondité en 2019 était de 2, 34. Des deux modèles étudiés, lequel vous paraît le plus pertinent pour prévoir l'indice de fécondité en 2020 ? Justifier votre réponse.

Exercice 3 (*4 points*)

Le jour de la grande journée de promotion, 20 % des clients qui entrent dans le magasin ont été contactés lors de la campagne publicitaire.

Une étude statistique montre que :

- La probabilité qu'un client effectue un achat sachant qu»il a été contacté au cours de a campagne publicitaire est de 0,12.
- La probabilité qu'un client efectue un achat sachant qu'il n'a pas été contacté au cours de la campagne publicitaire est de 0,03.

On choisit au hasard un client du magasin lors de cette grande journée de promotion.

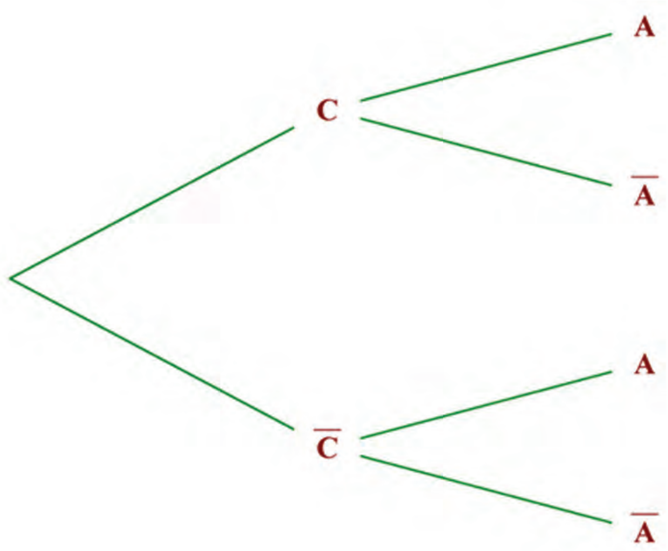
On admet que chaque client a la meme probabilité d'être choisi.

On définit les événements suivants :

- C : « le client choisi a été contacté lors de la campagne publicitaire.»
- A : « le client choisi a effectué un achat.»

1. Donner à partir des informations de l'énoncé, les probabilités de p(C) et p_C(A).

2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-desous.



3.

a. Définir par une prase l'événement (C ∩ A).

b. Calculer p (C ∩ A).

4. Montrer que la probabilité de l'événement A est égal à 0,048.

Exercice 4 (*points*)

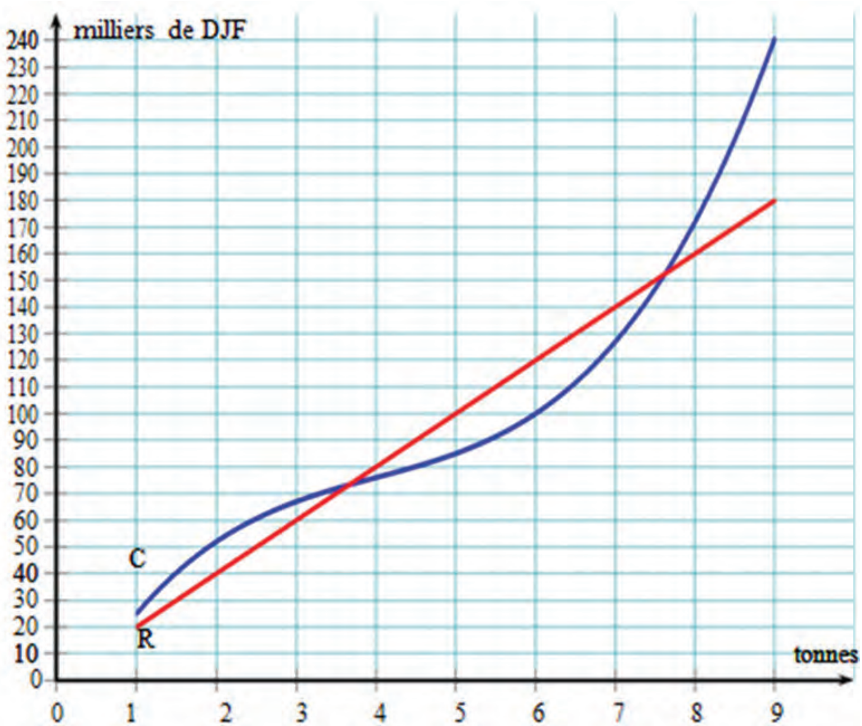
Une entreprise fabrique un produit dont la production mensuelle x exprimée en tonnes est comprise entre 1 et 9. Le coût total de fabrication mensuel, exprimé en milliers de DJF, est donné par la fonction c définie sur l'intervalle [1 ; 9] par :

$$C(x) = x^3 - 12x^2 - 50x - 20$$

Chaque tonne de ce produit est vendue 20 000 DJF. La recette mensuelle, exprimée en milliers de DJF, est donc donnée par :

La fonction r définie sur l'intervalle [1 ; 9] par: $r(x) = 20x$.

On appelle C la courbe représentative de la fonction c et R celle de la fonction r. Ces courbes sont représentées dans le repère ci –dessous.



Partie A

Dans cette partie, on répondra aux questions en utilisant uniquement le graphique ci-dessus. Les réponses seront données avec la précision que permet le graphique.

1. Quel est le coût de fabrication pour 1 tonne produite ? pour 6 tonnes ?

2. a. Est-il rentable pour l'entreprise de produire 1 tonne ? 6 tonnes ? Justifier la réponse.

b. Pour quelles productions mensuelles l'entreprise gagne-t-elle de l'argent ?

Partie B

Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers de DJF, est donné par une fonction b définie sur [1 ; 9].

1. a. Justifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle [1 ; 9],

$$b(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x + 20$$

Calculer : $b(1)$ et $b(9)$.

2. On suppose que la fonction b est dérivable sur l'intervalle [1 ; 9] et on note b' sa fonction dérivée.

Vérifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle [1 ; 9], $b'(x) = 3(x-2)(6-x)$

1. a. Étudier le signe de $b'(x)$ sur l'intervalle [1 ; 9]. On pourra utiliser un tableau de signes.

b. En déduire le tableau de variation de b sur l'intervalle [1 ; 9].

c. Pour quelle valeur de x la fonction b admet-elle un maximum ? Préciser la valeur de ce maximum.

ANNEXE (à compléter)