Série ES

Correction Sujet N° 3

Epreuve : Mathématiques - Bac Blanc
Durée de l'épreuve : 4 heures – **Coefficient** : 9

Correction du bac blanc

Exercice 1 : (5 points)

A. ÉVOLUTION :

Question 1 :	Réponse C :	=C2×$B$3/$B$2
Question 2 :	Réponse C :	$T=\dfrac{8,27-6,41}{6,41}\times 100=29,02\%$
Question 3 :	Réponse A:	$t_m=\left(\left(1+T\right)^{\frac{1}{6}}-1\right)\times 100=$ $\left(\left(1+\dfrac{29,02}{100}\right)^{\frac{1}{6}}-1\right)\times 100=4,34\%$

B. ARBRE DE PROBABILITÉ :

Question 4:	Réponse C:	$p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)=0,6\times 0,7+0,4\times 0,5=0,62$

C. ALGORITHME :

Question 5:	Réponse A:	Pour n=0, $1,9^0 = 1 < 100$ Pour n=1 ,$1,9^1 = 1,9 < 100$ Pour n=2, $1,9^2 = 3,61 < 100$ Pour n=3, $1,9^3 = 6,859 < 100$ Pour n=4 , $1,9^4 = 13.03 < 100$ Pour n=5, $1,9^5 = 24,7 < 100$ Pour n=6, $1,9^6 = 47,04 < 100$ Pour n=7, $1,9^7 = 89,3 < 100$ Pour n=8, $1,9^8 = 169 > 100$ La valeur affichée en sortie est n=7

Exercice 2 : (5 points)

Partie A :

<table>
<tr><td>1. Le graphe Γ est un graphe non orienté d'ordre 7.</td><td>0,5 points</td></tr>
<tr><td>2. Tableau des degrés des sommets du graphe :
<table>
<tr><td>Sommet</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>F</td><td>G</td></tr>
<tr><td>Dégré</td><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>4</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>
Somme des degrés des sommets : 3 + 4 + 4 + 5 + 4 + 2 + 4 = 26</td><td>0,75=0,5+0,25</td></tr>
<tr><td>3. Ce graphe a exactement deux sommets de degrés impairs (A et D). Tous les autres sommets sont de degrés pairs donc d'après le théorème d'Euler, le graphe admet une chaîne eulérienne dont les extrémités sont A et D.

Exemple d'une chaine eulérienne : A–C–B–D–A–B–E–F–G–C–D–E–G–D.</td><td>1=0,5+0,5</td></tr>
</table>

4. Matrice d'adjacence M associée au graphe Γ :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

0,5

5. a) Le nombre 39 situé sur la 3ème ligne et la 5ème colonne de la matrice M4 représente le nombre de chaînes de longueur 4 d'extrémités C et E.

0,5

b) Il y a 31 chaînes de longueur 4 et d'extrémités E et G.

0,5

Partie B :

1. Algorithme de Dijkstra pour déterminer le plus court chemin (en min), reliant la gare B à la gare F :

A	B	C	D	E	F	G
5(B)	0	10(B)	**4(B)**	23(B)	∞	∞
11(D)	/	9(D)	/	18(D)	∞	21(D)
5(B)	/	9(D)	/	18(D)	∞	21(D)
/	/	**8(A)**	/	18(D)	∞	21(D)
/	/	/	/	18(D)	∞	**17(C)**
/	/	/	/	21(G)	24(G)	/
/	/	/	/	**18(D)**	24(G)	/
/	/	/	/	/	33(E)	/
/	/	/	/	/	**24(G)**	/

Le chemin le plus court est donc B–A–C–G–F.

1=0,75+0,25

2. La longueur de ce chemin en minutes est : 24 min.

0,25

Exercice 3 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$, par $f(x) = 4x + 20 - 2x\ln(x)$.

<table>
<tr><td>

1. ▶ Limite en 0.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^+} 4x+20=20\\ \lim\limits_{x\to 0^+} -2x\ln(x)=0\end{array}\right\}\text{par somme } \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=20$$

▶ Limite en $+\infty$. $f(x)=x\left(4+\dfrac{20}{x}-2\ln(x)\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to +\infty} x=+\infty\\ \lim\limits_{x\to +\infty} 4+\dfrac{20}{x}-2\ln(x)=-\infty\end{array}\right\}\text{par produit } \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$$

</td><td>0,5+0,5</td></tr>
<tr><td>

2. $1-\ln x\geq 0 \Leftrightarrow 1\geq \ln x \Leftrightarrow e^1\geq e^{\ln x} \Leftrightarrow e\geq x$ donc $S=\left]0\,;e\right]$

</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>

3. pour tout réel x, $f'(x)=4-2\ln(x)-2x\times\dfrac{1}{x}=4-2\ln(x)-2=2-2\ln(x)$

</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>

4.a) $f'(x)=2-2\ln(x)=2(1-\ln(x))$, d'après la question 2, on a :

$1-\ln x\geq 0$ sur $\left]0\,;e\right]$

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>e</td><td></td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>20</td><td>$\nearrow$</td><td>$2e+20$</td><td>$\searrow$</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>

</td><td>0,5+0,5</td></tr>
<tr><td>

b) D'après le tableau de variations, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur $\left]0\,;+\infty\right]$

</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>

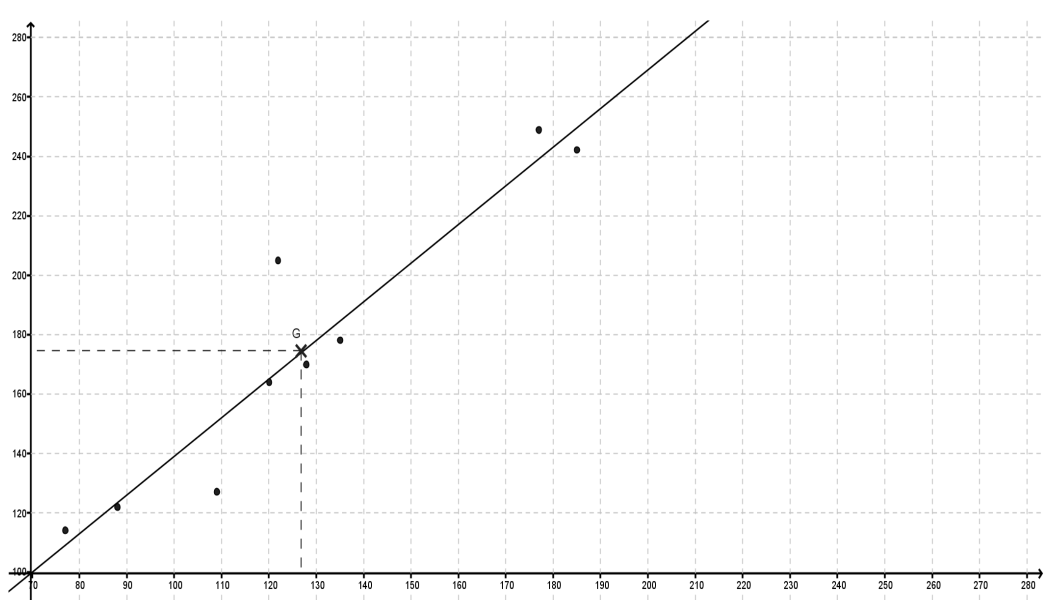
c) D'après la calculatrice α = 14,64.

</td><td>0,25</td></tr>
</table>

5. $F(x)=\frac{5}{2}x^2+20x+\frac{1}{2}-x^2\ln(x)$ $F'(x)=\frac{5}{2}\times 2x+20-2x\ln(x)-x=5x+20-2x\ln(x)-x=4x+20-2x\ln(x)=f\left(x\right)$ Donc F est une primitive de la fonction f .	0,5
6. $I=\int_1^6 f\left(x\right)dx=F\left(6\right)-F\left(1\right)=187{,}5-36\ln\left(6\right)=122{,}99$	1
7 . La valeur moyenne est $\frac{1}{5}I=\frac{1}{5}\int_1^6 f\left(x\right)dx=\frac{122{,}99}{5}=24{,}6$ La valeur moyenne du bénéfice est : 24598 euros.	0,5+0,25

Exercice 4 : (4 points)

1. 1 point



2.a) L'équation de la droite de régression D de y en x est $y=1,3x+9$	0,5
b) Sur le graphique.	0,25
c) Les coordonnées du point $G(126,8;174,6)$.	0,25 calcul 0,25 tracée
3. Une clinique possède 35 lits. a) On remplace x par 35 : $y=1,3\times35+9=54$. On devrait embaucher 54 personnels non médical	0,5
b) la différence est 60–54=6. $t=\frac{60-54}{54}\times100=11,1\%$	0,25 0,5

0,25 pour échelle

0,25 arrondie