



L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (4 points) QCM

Pour chacune des questions, une seule des trois réponses est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fautive ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. *Aucune justification n'est demandée.*

1. Le reste de la division euclidienne de 7^{2018} par 48 est :

- a) 0 b) 1 c) 7.

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1-t^2} dt$:

- a) $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1-x^2)$ b) $f(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ c) $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1-x^2)$.

On pourra remarquer que pour tout réel t différent de -1 et 1 , on a :

$$\frac{1}{1-t^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-t} + \frac{1}{1+t} \right).$$

3. On considère l'algorithme ci-contre :

La valeur affichée par l'algorithme pour $p = 0,5$ est :

- a) 4 ;
b) 6 ;
c) 5.

Variables

n entier

m et p réel

Entrée

Saisir p

Traitement

m prend la valeur 1

n prend la valeur 0

Tant que $m > p$

n prend la valeur $n + 1$

m prend la valeur $\frac{\sqrt{3}}{2} m$

Fin tant que

Sortie

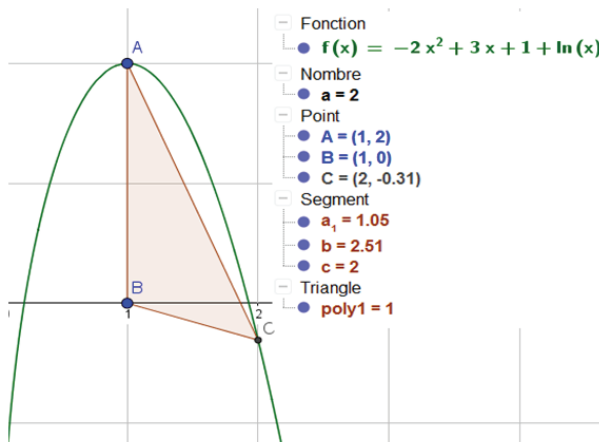
Afficher n

Partie B

Dans cette partie, on admet que pour tout réel x de $]0; +\infty[$,

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 1 + \ln(x).$$

- Justifier les variations de la fonction f données dans la partie A.
- Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions α et β sur $]0; +\infty[$ avec $\alpha < \beta$.
- Déterminer les valeurs de α et β arrondies au centième près.
- On donne ci-après la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé ainsi que les points $A(1; 2)$, $B(1; 0)$ et $C(t; f(t))$ où t est un réel de $]1; 2]$.
 - Que vaut l'aire du triangle ABC lorsque $t = \beta$?
 - Montrer que l'aire du triangle ABC est toujours comprise entre 0 et 1.



Exercice 4 : (5 points)

- Elesol habite à la cité Hodane. Pour se rendre à son bureau situé au plateau d'Héron, elle doit emprunter soit le pont d'Italie soit la route de l'oued. Elle emprunte le pont 3 fois sur 10 et arrive alors à l'heure avec une probabilité de 0,95. On suppose que la probabilité qu'elle soit en retard un jour donné est de 0,155.

On considère les événements suivants :

R : « Elesol est en retard » et \bar{R} son événement contraire,

I : « Elesol emprunte le pont » et \bar{I} son événement contraire.

Un jour, Elesol décide d'emprunter la route de l'oued.

Quelle est alors la probabilité qu'elle soit en retard ?

2. Depuis le 1^{er} juin 2018, Elesol habite à Boulaos. Elle constate alors que lorsqu'elle est en retard un jour, la probabilité qu'elle soit en retard le jour suivant est égale à 0,3 et lorsqu'elle est à l'heure un jour, la probabilité qu'elle soit à l'heure le jour suivant est égale à 0,8.

Le 1^{er} juin 2018, elle était à l'heure.

Pour tout entier naturel n strictement positif, on considère l'événement :

R_n : « Elesol est en retard le $n^{\text{ième}}$ jour » et $\overline{R_n}$ son événement contraire.

On note p_n la probabilité de l'événement R_n . On a alors $p_1 = 0$.

Pour les questions a) et b), on pourra éventuellement utiliser un arbre pondéré.

a) Vérifier que l'on a : $p_2 = 0,2$ et $p_3 = 0,22$.

b) Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $p_{n+1} = 0,1 \times p_n + 0,2$.

c) Pour $n \geq 1$, on pose : $u_n = p_n - \frac{2}{9}$.

Montrer que la suite (u_n) est géométrique dont on précisera le premier terme et la raison q .

d) Exprimer u_n en fonction de n .

e) En déduire la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat obtenu.