Corrigé Sujet 6

Série / S — Épreuve / Mathématiques — Durée / 2 H

Coefficient / 9 — Baccalauréat / 2nd tour — Session / 2017

Items 1 et 2 :

1. Démonstration par récurrence : $\dfrac{-1}{n+3} \leq u_n \leq \dfrac{1}{n+3}$.
2. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$. Théorème de gendarmes.

Items 3 et 4 :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\ln x}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 1+\dfrac{\ln x}{x} = 1$.
2. $f'(x) = \dfrac{e^x - 2 - xe^x}{\left(e^x-2\right)^2}$.

Item 5 et 6 :

1. $h'(x) = 2x - \dfrac{2}{x} = \dfrac{2x^2-2}{x}$.

x	0		α		1		$e^{(1)}$
$f'(x)$		$-$			0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		0		$e^{(2)}-3$

2. D'après le tableau de variations, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution dans l'intervalle]0 ; e].

Item 7 et 8 :

1. $z_{\overline{AB}} = z_B - z_A = 3+4i$. $z_{\overline{AC}} = z_C - z_A = -9-12i = -3z_{\overline{AB}}$.
   Donc les points A, B et C sont alignés.
2. L'angle $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \pi\left[2\pi\right]$.

Item 9 et 10 :

1. La fonction : $x \mapsto \dfrac{e^x}{e^x+1}$ est positif sur **R**. Donc le nombre $\mathrm{I} \geq 0$.
2. $\mathrm{I} = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \dfrac{e^x}{e^x+1} dx = \left[\ln(e^x+1)\right]_{\ln 2}^{\ln 5} = \ln 6 - \ln 3 = \ln 2.$

Item 11, 12 et 13 :

1. Réponse c). une asymptote verticale.
2. Réponse c). positif.
3. Réponse a). $y = 15$.

Item 14, 15 et 16 :

1. $17^{2563} \equiv 1\ [8]$. **Vraie**
2. $p(-1{,}96 \leq X \leq 1{,}96) \approx 0{,}95$. **Vraie**
3. Toute suite croissante tend vers $+\infty$. **Faux**

Exercice : (4 points)

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\5\\4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

   Donc les points A, B et C ne sont pas alignés. Alors ils définissent un plan.

2. a) $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$ et $\vec{n}.\overrightarrow{AC} = 0$. Donc $\vec{n}$ est un vecteur normal du plan (ABC).

   b) Une équation cartésienne de (ABC) est : $x - 6y + 7z - 9 = 0$.

3. Les coordonnées de E $(-4\,;7\,;3)$ ne vérifient pas l'équation $x - 6y + 7z - 9 = 0$.

   Donc E $\notin$ au plan (ABC).

4. Une équation cartésienne du plan (P) est : $x - 6y + 7z + 25 = 0$.