



L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

### Exercice 1 (Q.C.M.) : (4 points)

Les quatre questions sont indépendantes.

Dans cet exercice, pour chaque question, une affirmation est proposée. On demande d'indiquer sur la copie si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte, mais toute trace de recherche sera valorisée.

1. L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbf{R}; \quad \begin{cases} x = k \\ y = 15 \\ z = 1 + 3k \end{cases}, k \in \mathbf{R}.$$

**Affirmation** : Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont sécantes.

2. L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère le point  $A(-4; 6; 10)$  et le plan (P) d'équation cartésienne  $2x - 2y + z + 1 = 0$ .

**Affirmation** : Une représentation paramétrique de la droite (d) passant par A

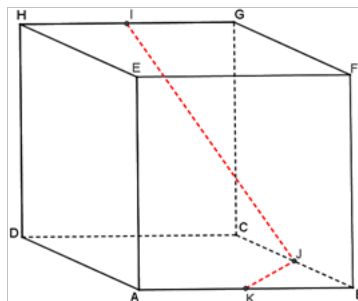
$$\text{et parallèle au plan (P) est : } \begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 6 - 2t \\ z = 10 + t \end{cases}, t \in \mathbf{R}.$$

3. L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les plans (P) et (Q) d'équations cartésiennes respectives  $3x - y + z - 4 = 0$  et  $2x + 5y - z + 1 = 0$ .

**Affirmation** : Les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.

4. ABCDEFGH est un cube de côté 4 et les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments [GH], [BC] et [AB].

**Affirmation :**  $\widehat{IJK}$  est un angle droit.



### Exercice 2 : (6 points)

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbf{R}$  par :  $f(x) = x e^{-x} + 3x + 1$ .

On note  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

#### Partie A

- Soit  $g$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbf{R}$  par :  $g(x) = 3e^{-x} - x + 1$ .
  - Dresser, en le justifiant, le tableau de variations de la fonction  $g$  sur  $\mathbf{R}$ .
  - En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbf{R}$ .
- Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$  puis la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
- Démontrer que, pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = e^{-x}g(x)$ .
  - En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbf{R}$ .
- Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution réelle  $\alpha$  sur  $\mathbf{R}$ . Donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de  $\alpha$ .
- Montrer que la courbe  $(\mathcal{C})$  admet une asymptote oblique que l'on désigne par  $(d)$ .
  - Étudier la position relative de la courbe  $(\mathcal{C})$  et de l'asymptote oblique  $(d)$ .
  - Quelle valeur affiche l'algorithme ci-contre pour  $r = 10^{-7}$ .
  - Que fait cet algorithme ?

#### Variables

$x$  est un entier naturel

$r$  est un réel

#### Entrée

Saisir la valeur de  $r$

#### Traitement

$1 \rightarrow x$

tant que  $|-x e^{-x}| \geq r$

$x + 1 \rightarrow x$

fin tant que

#### Sortie

Afficher  $x$

**Partie B**

1. Soit  $H$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par :  $H(x) = (x + 1)e^{-x}$ .  
Démontrer que  $H$  est une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $h$  définie par :  
 $h(x) = -xe^{-x}$ .
2. On note  $D$  le domaine délimité par la courbe  $(\mathcal{C})$ , la droite  $(d)$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$ .  
Calculer, en unité d'aire, l'aire du domaine  $D$ .

**Exercice 3 : (6 points)**

Tous les résultats obtenus dans cet exercice seront arrondis à  $10^{-3}$  près.

La société *Assal-agro* produit du sel liquide de table dans des petits flacons en verre.

**Partie A**

La société souhaite vendre le sel liquide sous un conditionnement de 15 mL et dispose des flacons de contenance maximale 18 mL.

On dit qu'un flacon est non conforme s'il contient moins de 13 mL de sel liquide.

1. Après plusieurs séries de tests, la quantité de sel liquide de chaque flacon, exprimée en mL, est modélisée par une variable aléatoire  $X$ , qui suit la loi normale d'espérance  $\mu = 14$  et d'écart-type  $\sigma = 1,3$ .

Calculer la probabilité qu'un flacon soit non conforme.

2. La proportion de flacons non conformes est jugée trop importante. En modifiant la fluidité du liquide, on peut changer la valeur de l'écart-type de la variable aléatoire  $X$ , sans modifier son espérance  $\mu = 14$ . On veut réduire à 0,02 la probabilité qu'un flacon choisi au hasard soit non conforme.

On note  $\sigma'$  le nouvel écart-type, et  $Z$  la variable aléatoire égale à  $\frac{X-14}{\sigma'}$ .

- a) Préciser la loi que suit la variable aléatoire  $Z$ .
  - b) Déterminer une valeur approchée du réel  $a$  tel que  $p(Z \leq a) = 0,02$ .
  - c) En déduire la valeur attendue de  $\sigma'$ .
3. On considère que le travail sur la fluidité du liquide a permis à la société *Assal-agro* d'affirmer dans sa publicité que la probabilité qu'un flacon choisi au hasard soit non conforme est 0,02.

Un restaurant commande un lot de flacons de ce sel liquide à la société *Assal-agro*. Le service qualité du restaurant teste un échantillon de 200 flacons tirés au hasard et relève que cet échantillon contient 6 flacons non conformes.

Le service qualité peut-il démentir la publicité de la société *Assal-agro* ?

**Partie B**

Une délégation des services d'hygiène décide d'estimer la proportion de personnes satisfaites par l'utilisation de ce sel liquide. Elle réalise un sondage parmi les personnes utilisant ce produit. Sur 230 personnes interrogées, 170 se déclarent satisfaites.

Estimer, par un intervalle de confiance au seuil de 95%, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de ce produit.

**Exercice 4 : (5 points)**

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$ , l'équation  $z^2 + 2z + 4 = 0$ .
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct d'unité graphique 2 cm.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$  où :

$$z_A = -1 + i\sqrt{3}; z_B = \bar{z}_A; z_C = 5 + i\sqrt{3} \text{ et } z_D = (2 + \sqrt{3}) + 3i.$$

- a) Donner les formes exponentielles de  $z_A$  et  $z_B$ .
  - b) Placer les points A et B dans le repère.
3. a) Calculer le quotient  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  et donner le résultat sous forme algébrique.  
b) En déduire la nature du triangle ABC.
  4. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle ( $\mathcal{C}$ ) dont on précisera le centre et le rayon.
  5. Construire le point D dans le repère précédent en expliquant la construction proposée.