Sujet 6

Série / S — Épreuve / Mathématiques — Durée / 2 H

Coefficient / 9 — Baccalauréat / 2nd tour — Session / 2017

L'utilisation de la calculatrice est interdite.

Le candidat doit traiter tous les items et l'exercice.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Item 1 et 2 (2 points)

On considère la suite (u_n) définie sur **N** par : $u_n = \dfrac{\sin(n)}{n+3}$.

1. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $\dfrac{-1}{n+3} \leq u_n \leq \dfrac{1}{n+3}$.
2. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Items 3 et 4 (2 points)

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x + \ln x}{x}$.
2. Pour tout $x \in$ **R**$-\{\ln 2\}$, calculer la dérivée de : $f(x) = \dfrac{x}{e^x - 2}$.

Items 5 et 6 (2 points)

On considère la fonction h définie sur $]0\,;\,e^1]$ par : $h(x) = x^2 - 2\ln(x) - 1$.

1. Dresser le tableau des variations de h.
2. Montrer que l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0\,;1]$.

Items 7 et 8 (2 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1-\mathrm{i}$; $2+3\mathrm{i}$ et $-10-13\mathrm{i}$.

1. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

2. En déduire une mesure de l'angle a : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

Items 9 et 10 (2 points)

On considère le nombre $I=\int_{\ln 2}^{\ln 5}\frac{e^x}{e^x+1}dx$.

1. Justifier que le nombre I est positif.
2. Montrer que $I=\ln(2)$.

Item 11, 12 et 13 (3 points) : QCM sans justification

On considère la fonction f définie par le tableau de variation suivant :

x	-10		-3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	15	$\searrow$	-10

1. La fonction admet :

   a) deux asymptotes verticales ; b) aucune asymptote verticale
   c) une asymptote verticale.

2. $f'(0)$ est :

   a) négatif ; b) croissante ; c) positif.

3. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 5 a pour équation :

   a) y = 15 ; b) y = – 3 ; c) y = 0.

Item 14, 15 et 16 (3 points) : Vrai ou faux sans justification

1. $17^{2563}\equiv 1\ [8]$.

2. On désigne par X la variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0\,;1)$.
   Alors $p(-1{,}96\leq X\leq 1{,}96)\approx 0{,}95$.

3. Toute suite croissante tend vers $+\infty$.

Exercice 4 : (4 points)

On considère les points A (1 ; 1 ; 2), B (3 ; 6 ; 6) et C (5 ; 4 ; 4).

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.

2. a) Montrer que le vecteur est normal au plan (ABC).

   b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

3. a) Vérifier que le point E (– 4 ; 7 ; 3) n'appartient pas au plan (ABC).

   b) Donner une équation cartésienne du plan (P) parallèle au plan (ABC) et contenant le point E (3 ; 0 ; 1).