

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2025

MATHÉMATIQUES

Série ES

Durée: 3 heures

Coefficient : 6

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

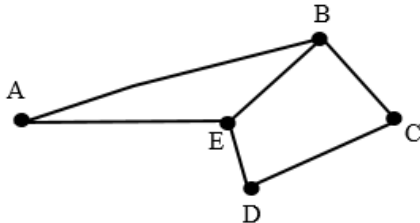
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte. Indiquer sur la copie la lettre correspondant à la question et recopier la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fautive ou l'absence de réponse ne rapporte ni enlève de point. Aucune justification n'est demandée

1. On considère le graphe G ci-dessous



La matrice associée au graphe G (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique) est :

a) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Le prix d'un article a diminué deux fois de suite de 5 %. Alors, il a diminué globalement de :

- a) 10 % b) 9,75 % c) 25 %

3. On considère la série statistique à deux variables suivante :

| | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| (xi) | 33 | 10 | 40 | 13 | 17 | 54 | 42 | 38 |
| (yi) | 13 | 7 | 15 | 8 | 9 | 17 | 15 | 14 |

Une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode de moindres carrés du nuage des points M(xi ; yi) est :

- a) $y = 4,99x + 0,24$ b) $y = 0,99x + 0,174$ c) $y = 0,24x + 4,99$

4. On considère le variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 27$ et d'écart-type $\sigma = 3$. $p(28 < X < 35)$ est environ :

- a) 0,37 b) 0,05 c) 0,5

5. Le propriétaire d'un hôtel réalise une étude portant sur un échantillon aléatoire de 200 clients et révèle que parmi eux, 138 sont satisfaits du service clientèle.

Un intervalle de confiance au seuil de 95% permettant d'estimer la proportion de clients satisfaits du service clientèle est :

- a) [0,573 ; 0,803] b) [0,138 ; 0,200] c) [0,619 ; 0,761]

Exercice 2 : (4 points)

Une société de la place propose un service à ses clients.

Le 1^{er} janvier 2025, elle compte 200 abonnés. À partir de cette date, le directeur de la société a constaté que d'un mois sur l'autre, 10 clients se désabonnent mais que, par ailleurs, 50% des clients s'ajoutent aux anciens abonnés.

1. Calculer le nombre d'abonnés à la date du 1^{er} février 2025.

Par la suite de l'exercice, on modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre de dizaines d'abonnés au bout de n mois après le 1^{er} janvier 2025. La suite (u_n) est donc définie par : $u_0 = 20$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,5u_n - 1$

2. Calculer u_1 et u_2 puis interpréter le résultat.
3. Compléter l'algorithme ci-dessous afin d'obtenir le terme u_n pour une valeur de n

```
def terme (n) :  
    u=....  
    for i in range (n) :  
        u=.....  
    return u
```

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2$.

3. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,5 et de premier terme $v_0 = 18$.
4. Exprimer v_n en fonction de n .
5. En déduire que pour tout entier n , $u_n = 18 \times 1,5^n + 2$.

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle \mathbf{R} par $f(x) = (x - \ln(2))e^x$.

1. Calculer les limites de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$. En déduire une asymptote à la courbe représentative de la fonction f .
2. Montrer que $f'(x) = (1 + x - \ln(2))e^x$ puis en déduire les variations de la fonction f sur \mathbf{R} .
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.
4. a. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution dans $[0 ; 2]$. On notera α cette solution.
b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
5. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (x - 1 - \ln(2))e^x$ est une primitive de la fonction f sur \mathbf{R} .

6. Calculer $\int_0^1 f(x) dx$ (donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près).

Exercice 4 (5 points)

Un lycée compte 50 classes au total, répartie entre les niveaux de seconde, première et terminale. Il y a 15 classes de seconde, 17 classes de première et le reste sont des classes de terminale. Une enquête a été réalisée auprès des élèves de ce lycée afin de connaître le degré de possession d'un téléphone portable.

Une étude a montré que :

- 80% des élèves de seconde possèdent un téléphone portable et le reste sont sans téléphone.
- 84% des élèves de première possèdent un téléphone portable et le reste sont sans téléphone.
- 91% des élèves de terminale possèdent un téléphone portable et le reste sont sans téléphone.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

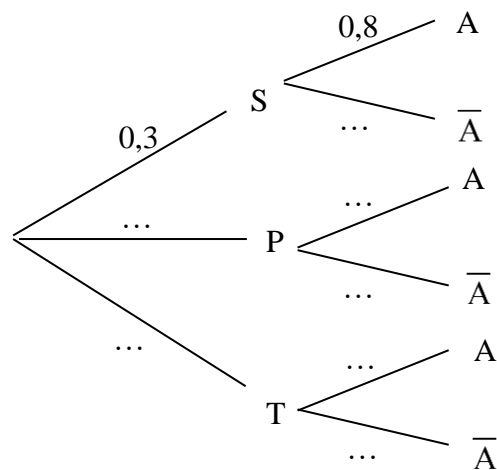
S l'évènement « l'élève interrogé est en classe de seconde » ;

P l'évènement « l'élève interrogé est en classe de première » ;

T l'évènement « l'élève interrogé est en classe de terminale » ;

A l'évènement « l'élève interrogé possède un téléphone portable » ;

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



2. Calculer $p(S \cap A)$ et interpréter le résultat obtenu.

3. Montrer que $p(A) = 0,8532$

4. Sachant que l'élève choisi possède un téléphone portable, déterminer la probabilité qu'il soit en classe de terminale (arrondir le résultat au centième)